



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T1

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- Laura ha ricevuto in regalo 200 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 2 e due facce con il 5. Laura sta per lanciare i 200 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 200 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori che può assumere questa somma?
(A) 201 (B) 1000 (C) 601 (D) 600 (E) 1001
- Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 5 pareti della sua stanza (4 pareti verticali più il soffitto). Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che le pareti adiacenti (soffitto incluso) non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
(A) 18 (B) 4 (C) 12 (D) 9 (E) 6

- Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 14 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 16 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
(A) 16 (B) 20 (C) 19 (D) 17 (E) 18
- Qual è la cifra delle unità di $3^{(8^7)}$?
(A) 1 (B) 7 (C) 3 (D) 9 (E) 5
- Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 20 calzini neri, 32 calzini blu, 44 grigi e 24 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
(A) 77 (B) 6 (C) 68 (D) 48 (E) 24
- Ad una festa, ogni ragazzo ha danzato con 4 ragazze diverse ed ogni ragazza ha danzato con 3 ragazzi diversi. Sapendo che alla festa c'erano 9 ragazzi, quante erano le ragazze?
(A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 8 (E) 16
- L'area di un triangolo ABC è di 832 cm^2 . Indichiamo con D il punto medio del lato AB , con E il punto medio di BC e con F il punto medio del segmento AE . Di quanti cm^2 è l'area del triangolo DEF ?
(A) 78 (B) 156 (C) 104 (D) 124 (E) i dati non bastano a determinarlo
- Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $3/7$?
(A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4
- Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 18. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 32 (B) 36 (C) 40 (D) 60 (E) 24
- Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i cinque più piccoli ed indicare la loro somma.
(A) 225 (B) 215 (C) 219 (D) 217 (E) 223

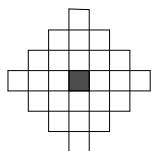
11. Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, olio di palma, nocciole 14%, cacao, latte 6%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di olio di palma che il dolce potrebbe contenere?

(A) 21% (B) 14% (C) 80% (D) 40% (E) 37%

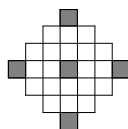
12. Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia destra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?

(A) 208 (B) 85 (C) 153 (D) 168 (E) 205

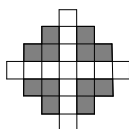
13. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Facendo 10 mosse, quale, tra le seguenti configurazioni, non è possibile ottenere?



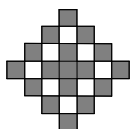
(A)



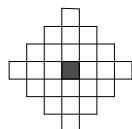
(B)



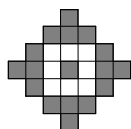
(C)



(D)



(E)

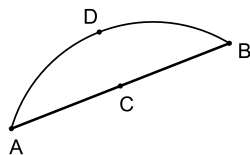


14. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A , C , E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 15$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 20$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?

(A) 180 (B) 210 (C) 240 (D) 200 (E) 270

15. È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 24 cm e CD misura 6 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?

(A) 16 (B) 12 (C) 18 (D) 20 (E) 15



16. Gianni possiede 60 palline, numerate da 1 a 60. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 59 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 59 palline?

(A) 2 (B) 10 (C) 8 (D) 17 (E) 12



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T2

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 5 pareti della sua stanza (4 pareti verticali più il soffitto). Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che le pareti adiacenti (soffitto incluso) non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
 (A) 18 (B) 4 (C) 12 (D) 9 (E) 6
- Laura ha ricevuto in regalo 200 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 2 e due facce con il 5. Laura sta per lanciare i 200 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 200 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori che può assumere questa somma?
 (A) 201 (B) 1000 (C) 601 (D) 600 (E) 1001

- Qual è la cifra delle unità di $3^{(8^7)}$?
 (A) 1 (B) 7 (C) 3 (D) 9 (E) 5
- Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 14 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 16 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
 (A) 16 (B) 20 (C) 19 (D) 17 (E) 18
- Ad una festa, ogni ragazzo ha danzato con 4 ragazze diverse ed ogni ragazza ha danzato con 3 ragazzi diversi. Sapendo che alla festa c'erano 9 ragazzi, quante erano le ragazze?
 (A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 8 (E) 16
- L'area di un triangolo ABC è di 832 cm^2 . Indichiamo con D il punto medio del lato AB , con E il punto medio di BC e con F il punto medio del segmento AE . Di quanti cm^2 è l'area del triangolo DEF ?
 (A) 78 (B) 156 (C) 104 (D) 124 (E) i dati non bastano a determinarlo
- Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $3/7$?
 (A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4
- Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 20 calzini neri, 32 calzini blu, 44 grigi e 24 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
 (A) 77 (B) 6 (C) 68 (D) 48 (E) 24
- Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, olio di palma, nocciole 14%, cacao, latte 6%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di olio di palma che il dolcificante potrebbe contenere?
 (A) 21% (B) 14% (C) 80% (D) 40% (E) 37%
- Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i cinque più piccoli ed indicare la loro somma.
 (A) 225 (B) 215 (C) 219 (D) 217 (E) 223

11. Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia destra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?

(A) 208 (B) 85 (C) 153 (D) 168 (E) 205

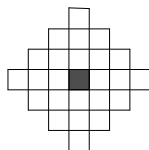
12. Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 18. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?

(A) 32 (B) 36 (C) 40 (D) 60 (E) 24

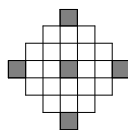
13. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A , C , E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 15$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 20$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?

(A) 180 (B) 210 (C) 240 (D) 200 (E) 270

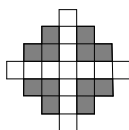
14. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Facendo 10 mosse, quale, tra le seguenti configurazioni, non è possibile ottenere?



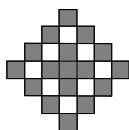
(A)



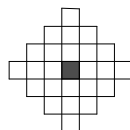
(B)



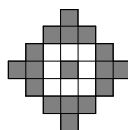
(C)



(D)



(E)

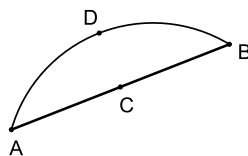


15. Gianni possiede 60 palline, numerate da 1 a 60. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 59 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 59 palline?

(A) 2 (B) 10 (C) 8 (D) 17 (E) 12

16. È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 24 cm e CD misura 6 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?

(A) 16 (B) 12 (C) 18 (D) 20 (E) 15





UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T3

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

1. Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 14 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 16 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
 (A) 16 (B) 20 (C) 19 (D) 17 (E) 18
2. Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 5 pareti della sua stanza (4 pareti verticali più il soffitto). Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che le pareti adiacenti (soffitto incluso) non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
 (A) 18 (B) 4 (C) 12 (D) 9 (E) 6

3. Laura ha ricevuto in regalo 200 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 2 e due facce con il 5. Laura sta per lanciare i 200 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 200 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori che può assumere questa somma?
 (A) 201 (B) 1000 (C) 601 (D) 600 (E) 1001
4. Qual è la cifra delle unità di $3^{(8^7)}$?
 (A) 1 (B) 7 (C) 3 (D) 9 (E) 5
5. L'area di un triangolo ABC è di 832 cm^2 . Indichiamo con D il punto medio del lato AB , con E il punto medio di BC e con F il punto medio del segmento AE . Di quanti cm^2 è l'area del triangolo DEF ?
 (A) 78 (B) 156 (C) 104 (D) 124 (E) i dati non bastano a determinarlo
6. Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $3/7$?
 (A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4
7. Ad una festa, ogni ragazzo ha danzato con 4 ragazze diverse ed ogni ragazza ha danzato con 3 ragazzi diversi. Sapendo che alla festa c'erano 9 ragazzi, quante erano le ragazze?
 (A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 8 (E) 16
8. Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 20 calzini neri, 32 calzini blu, 44 grigi e 24 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
 (A) 77 (B) 6 (C) 68 (D) 48 (E) 24
9. Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i cinque più piccoli ed indicare la loro somma.
 (A) 225 (B) 215 (C) 219 (D) 217 (E) 223
10. Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 18. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
 (A) 32 (B) 36 (C) 40 (D) 60 (E) 24

11. Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia destra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?

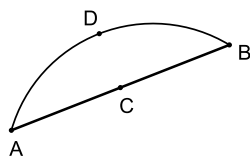
(A) 208 (B) 85 (C) 153 (D) 168 (E) 205

12. Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, olio di palma, nocciole 14%, cacao, latte 6%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di olio di palma che il dolce potrebbe contenere?

(A) 21% (B) 14% (C) 80% (D) 40% (E) 37%

13. È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 24 cm e CD misura 6 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?

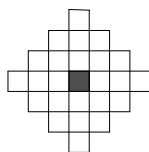
(A) 16 (B) 12 (C) 18 (D) 20 (E) 15



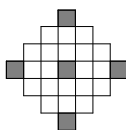
14. Gianni possiede 60 palline, numerate da 1 a 60. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 59 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 59 palline?

(A) 2 (B) 10 (C) 8 (D) 17 (E) 12

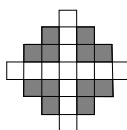
15. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Facendo 10 mosse, quale, tra le seguenti configurazioni, non è possibile ottenere?



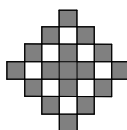
(A)



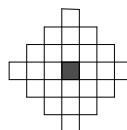
(B)



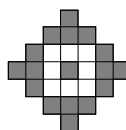
(C)



(D)



(E)



16. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A , C , E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 15$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 20$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?

(A) 180 (B) 210 (C) 240 (D) 200 (E) 270



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T4

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- Qual è la cifra delle unità di $3^{(8^7)}$?
(A) 1 (B) 7 (C) 3 (D) 9 (E) 5
- Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 14 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 16 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
(A) 16 (B) 20 (C) 19 (D) 17 (E) 18
- Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 5 pareti della sua stanza (4 pareti verticali più il soffitto). Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che le pareti adiacenti (soffitto incluso) non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
(A) 18 (B) 4 (C) 12 (D) 9 (E) 6

- Laura ha ricevuto in regalo 200 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 2 e due facce con il 5. Laura sta per lanciare i 200 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 200 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori che può assumere questa somma?
(A) 201 (B) 1000 (C) 601 (D) 600 (E) 1001
- Ad una festa, ogni ragazzo ha danzato con 4 ragazze diverse ed ogni ragazza ha danzato con 3 ragazzi diversi. Sapendo che alla festa c'erano 9 ragazzi, quante erano le ragazze?
(A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 8 (E) 16
- Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 20 calzini neri, 32 calzini blu, 44 grigi e 24 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
(A) 77 (B) 6 (C) 68 (D) 48 (E) 24
- Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $3/7$?
(A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4
- L'area di un triangolo ABC è di 832 cm^2 . Indichiamo con D il punto medio del lato AB , con E il punto medio di BC e con F il punto medio del segmento AE . Di quanti cm^2 è l'area del triangolo DEF ?
(A) 78 (B) 156 (C) 104 (D) 124 (E) i dati non bastano a determinarlo
- Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 18. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 32 (B) 36 (C) 40 (D) 60 (E) 24
- Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia destra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
(A) 208 (B) 85 (C) 153 (D) 168 (E) 205

11. Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, olio di palma, nocciole 14%, cacao, latte 6%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di olio di palma che il dolce potrebbe contenere?

(A) 21% (B) 14% (C) 80% (D) 40% (E) 37%

12. Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i cinque più piccoli ed indicare la loro somma.

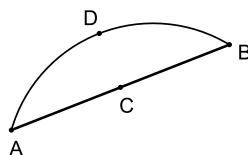
(A) 225 (B) 215 (C) 219 (D) 217 (E) 223

13. Gianni possiede 60 palline, numerate da 1 a 60. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 59 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 59 palline?

(A) 2 (B) 10 (C) 8 (D) 17 (E) 12

14. È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 24 cm e CD misura 6 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?

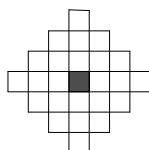
(A) 16 (B) 12 (C) 18 (D) 20 (E) 15



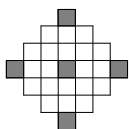
15. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A , C , E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 15$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 20$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?

(A) 180 (B) 210 (C) 240 (D) 200 (E) 270

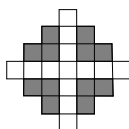
16. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Facendo 10 mosse, quale, tra le seguenti configurazioni, non è possibile ottenere?



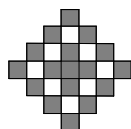
(A)



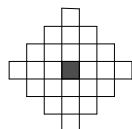
(B)



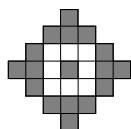
(C)



(D)



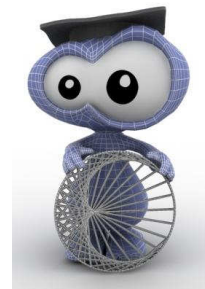
(E)





UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE



I Giochi di Archimede - Gara Biennio
25 novembre 2015

Risoluzione dei problemi (l'ordine si riferisce al testo T1)

Problema 1. *La risposta è (A).*

Indicato con n il numero di 2 usciti, la somma sarà $2n + 5(200 - n) = 1000 - 3n$, con $0 \leq n \leq 200$. Poiché i possibili valori di n (da 0 a 200) sono in tutto 201 e poiché, variando n , varia la somma suddetta, i possibili valori di tale somma sono appunto 201.

(Problema proposto da P. Francini)

Problema 2. *La risposta è (E).*

Una volta scelta (in 3 modi possibili) la tinta del soffitto, Giovanni ha la scelta di altri 2 colori per la prima parete, mentre il colore delle due pareti verticali adiacenti è per forza il terzo colore non ancora usato; infine, il colore dell'ultima parete, opposta alla prima, risulta determinato anche lui di conseguenza (è l'unico colore differente da quello usato per il soffitto e per le due adiacenti): Giovanni ha pertanto $3 \cdot 2 = 6$ scelte possibili.

(Problema proposto da F. Poloni)

Problema 3. *La risposta è (B).*

Chiamiamo a, b, c, d, e, f le età dei sei amici la cui media è di 14 anni, e g, h, i le età degli altri tre amici di Enea. Sappiamo che $a + b + c + d + e + f = 14 \cdot 6$ e che $a + b + c + d + e + f + g + h + i = 16 \cdot 9$, dunque $\frac{1}{3}(g + h + i) = \frac{1}{3}(16 \cdot 9 - 14 \cdot 6) = 20$.

(Problema proposto da S. Monica)

Problema 4. *La risposta è (A).*

Poiché $3^4 = 81$, ogni potenza $3^{4n} = (3^4)^n$ termina per la cifra 1. Il numero 8^7 è sicuramente multiplo di 4, pertanto la cifra delle unità di $3^{(8^7)}$ è 1.

(Problema proposto da S. Yang)

Problema 5. *La risposta è (D).*

Giulio non può abbinare due paia di calzini di due colori diversi solo se ha preso, di ciascun colore tranne al più uno, al più un calzino. Il numero massimo di calzini che può aver preso, senza riuscire ad abbinare due paia di colori diversi, si ottiene prendendo tutti i calzini del colore più numeroso ed esattamente un calzino di ogni altro colore. Questo significa prendere tutti e 44 i calzini grigi e poi un singolo calzino dei restanti colori nero, blu e marrone, per un totale di 47 calzini. Non appena Giulio abbia preso almeno 48 calzini, è quindi sicuro di riuscire ad abbinare due paia di colori diversi.

(Problema proposto da P. Francini)

Problema 6. La risposta è (C).

Siano m ed f rispettivamente il numero di ragazzi e il numero di ragazze presenti alla festa. Il numero di coppie (ragazzo, ragazza) che si sono viste ballare è per ipotesi uguale a $4m = 3f$; poiché $m = 9$, segue che $f = \frac{4}{3}m = 12$.

(Problema proposto da F. Getman)

Problema 7. La risposta è (C).

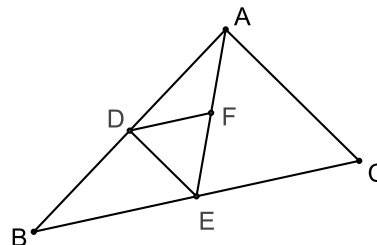
Essendo AE una mediana del triangolo ABC , l'area di ABE è la metà dell'area di ABC .

Essendo ED una mediana del triangolo ABE , l'area di ADE è la metà dell'area di ABE .

Essendo DF una mediana del triangolo ADE , l'area di DEF è la metà dell'area di ADE .

Pertanto, l'area di DEF è $1/8$ dell'area di ABC .

(Problema proposto da P. Francini)



Problema 8. La risposta è (A).

Alla frazione $3/7$ corrisponde il numero periodico $0,428571$ e le cifre si ripetono allora ogni sei posti. Poiché $2015 = 6 \cdot 335 + 5$, la 2015.esima cifra sarà uguale alla quinta, e sarà quindi un 7.

(Problema proposto da A. Dal Zotto - S. Pelizzola - R. Zanutto)

Problema 9. La risposta è (B).

Poiché $18 = 2 \cdot 3^2$, le cifre che possono apparire nel codice di sblocco sono 1, 2, 3, 6 e 9.

I codici che contengono la cifra 9 devono contenere la cifra 2 e quella 1 ripetuta due volte: il numero di tali codici è uguale a $4 \cdot 3 = 12$: una volta scelta la posizione del 9 (in 4 modi possibili), si può scegliere la posizione del 2 in 3 modi possibili, dopo di che gli 1 sono obbligati nelle altre posizioni: dunque 12 possibilità in tutto.

I codici che contengono la cifra 6 devono contenere la cifra 3 e quella 1 ripetuta due volte, ed il numero di tali codici è uguale al precedente (12). I codici che contengono la cifra 3, diversi da quelli considerati finora (cioè senza 6 né 9), devono contenerla per forza due volte, insieme ad un 2 e ad un 1; il numero di tali codici è quindi ancora uguale 12 (una volta scelte le posizioni di 1 e 2, le altre due posizioni sono forzate ad ospitare ciascuna un 3). Infine, ogni codice che contiene la cifra 2 deve contenere per forza un 9 oppure due 3, e tali codici sono già stati considerati.

In totale, dunque, il numero dei codici possibili è $3 \cdot 12 = 36$.

(Problema proposto da A. Pesare)

Problema 10. La risposta è (A).

I 5 più piccoli divisori di $40!$ maggiori di 40 sono: 42, 44, 45, 46, 48, i quali si fattorizzano tutti con fattori che ritroviamo tra i numeri da moltiplicare per ottenere $40!$ (ad esempio $44 = 4 \cdot 11$, $46 = 2 \cdot 23$, etc.). Viceversa, i numeri primi maggiori di 40 non dividono $40!$, dato che un numero primo divide un prodotto di interi se e solo se divide uno dei fattori e, chiaramente, nessuno degli interi che vengono moltiplicati per ottenere $40!$ è divisibile per un numero primo maggiore di 40.

Pertanto, il valore richiesto si trova sommando i 5 numeri sopra elencati, vale a dire 225.

(Problema proposto da P. Francini)

Problema 11. *La risposta è (E).*

Chiamiamo z, p, c le quantità rispettivamente di zucchero, olio di palma e cacao presenti nel prodotto (esprese in percentuale). Sappiamo che $z + p + c = 80$, e che $6 \leq c \leq 14 \leq p \leq z$. La percentuale massima di olio di palma che il prodotto potrebbe contenere si ottiene per i valori minimi c, z degli altri due ingredienti, compatibili con tali equazioni e disequazioni; cioè per $c = 6$ e $z = p$. Dunque $p = (80 - 6)/2 = 37$.

(Problema proposto da F. Poloni)

Problema 12. *La risposta è (D).*

Due persone che siedono l'una accanto all'altra non possono essere entrambe furfanti o entrambe cavalieri. In effetti, se la persona a sinistra, delle due, è un cavaliere allora dice il vero, e quindi il suo vicino di destra è un furfante; viceversa, se la persona a sinistra è un furfante allora dice il falso, e quindi il suo vicino di destra è un cavaliere. Questo mostra che cavalieri e furfanti si alternano al tavolo, e pertanto sono nello stesso numero; in conclusione, i presenti alla riunione sono in numero pari. Sapendo che meno di 100 sono cavalieri, il totale dei presenti è inferiore a 200; la risposta corretta si trova osservando che 168 è l'unico numero pari inferiore a 200 tra quelli elencati.

(Problema proposto da F. Florian)

Problema 13. *La risposta è (B).*

Ogni riga e ogni colonna della griglia contiene un numero dispari di quadratini; pertanto, ogni mossa inverte la parità del numero di caselle scure di quella riga o colonna, e di conseguenza anche la parità complessiva del numero di caselle scure dell'intera griglia.

Dopo dieci mosse, la parità sarà stata scambiata 10 volte, e quindi coinciderà con quella della configurazione iniziale. Poiché all'inizio vi è solo una casella scura, dopo aver effettuato dieci mosse il numero di caselle scure dovrà essere dispari. Tutte le configurazioni mostrate hanno un numero dispari di caselle, tranne la seconda, che è quindi impossibile da ottenere.

È importante osservare che in principio non ogni configurazione con un numero dispari di caselle nere è ottenibile per mezzo di 10 mosse, tuttavia si può verificare come, nei casi proposti, sia sempre possibile ottenere le altre quattro configurazioni eseguendo 10 mosse opportune.

(Problema proposto da F. Mugelli)

Problema 14. *La risposta è (C).*

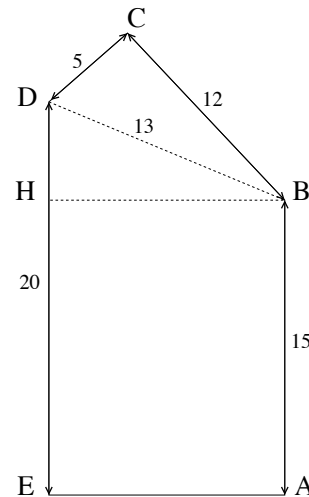
Tracciata da B la perpendicolare BH al lato DE , si può agevolmente osservare che i triangoli rettangoli BCD e BHD sono congruenti, per cui BH misura 12 m.

In alternativa, si può pervenire allo stesso risultato applicando il teorema di Pitagora prima per determinare la diagonale BD e poi per BH .

L'area del pentagono è dunque data dalla somma tra l'area del rettangolo $ABHE$ e l'area del quadrilatero $BCDH$ (che è il doppio del triangolo rettangolo BCD).

Pertanto, l'area richiesta è data (in m^2) da $15 \cdot 12 + 5 \cdot 12 = 240$.

(Problema proposto da P. Francini)



Problema 15. *La risposta è (E).*

Sia O il centro del piatto circolare ed $x = \overline{OC}$. Il raggio della circonferenza vale dunque $r = x + 6$ e, per il teorema di Pitagora, si ha $(x + 6)^2 = r^2 = x^2 + (24/2)^2$, da cui $x = 9$ ed $r = 15$.

(Problema proposto da F. Getman)

Problema 16. *La risposta è (C).*

Se p è un numero primo tale che $2p \leq 60$, poiché 2 e p hanno un multiplo in comune tra quelli utilizzati, segue che le palline coi numeri 2, $2p$ e anche p dovranno essere colorate nello stesso modo. Pertanto, una volta scelto il colore per la pallina n°2, lo stesso colore va impiegato per tutti i numeri primi che non superano 30 e, di conseguenza, per tutte le palline che hanno tali numeri tra i loro fattori.

I soli numeri che restano esclusi, dunque, dal colore scelto per la pallina n°2 sono i numeri primi maggiori di 30, vale a dire 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, che Gianni può colorare liberamente.

È possibile usare quindi al più 8 colori.

(Problema proposto da A. Pesare)